



نمونه سؤال‌های امتحانی برای پیشرفت درسی در امتحانات
پایان سال (سوم راهنمایی)

درخت نوگرا دانش بگیرد
بر زیر آوری طرح نیلوفری را

سؤال‌های ریاضی

۱- الف) در مجموعه‌ی $A = \{77, 2, 11, 97\}$ اعداد اول را مشخص کنید.

ب) حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$$\frac{25^y \div 5^y}{(0.25)^3 \times 2^3} = ?$$

۲- حاصل کسر زیر را به دست آورید.

$$\frac{9^{3n+1} \times 6^{4n+1} \times 7^{2n-3}}{6^{6n+2} \times 49^{n-\frac{3}{2}}} = ?$$

۳- حاصل را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$(-2)^4 \div \left(\frac{2}{3}\right)^4 = ?$$

۴- جذر عدد a^{56} را حساب کنید.

۵- کوچک‌ترین عدد طبیعی که باید در ۱۴۰۰۰ ضرب شود، تا حاصل مربع کامل شود، چند است؟

۶- حاصل عبارت $6 - 5 + 6 - 7 + [(-4 + 3) \times 6 \times (4 - 4)] - \{-\}$ را به دست آورید.

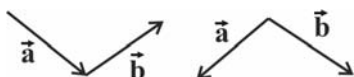
۷- بردارهای $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $b = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ را از مبدأ مختصات رسم کنید و سپس بردار حاصل جمع آن‌ها را روی شکل نشان دهید.

۸- دو محور عمود بر هم رسم کنید و نقاط $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ را روی آن مشخص کنید. بردار \vec{AB} را رسم کرده و جمع

مربوط به آن‌ها را بنویسید.

۹- اگر $a = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $b = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix}$ و $c = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ باشد. مختصات $a + b - c$ را به دست آورید.

۱۰- در شکل‌های زیر بردار حاصل جمع را رسم کنید، سپس جمع برداری هر یک را بنویسید.

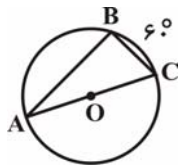


۱۱- مقدار عددی عبارت $\frac{4x^2y - y^2}{\sqrt{-y^3 - x}}$ را به ازای $x = -1$ و $y = -2$ به دست آورید.

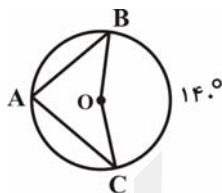
۱۲- حاصل تفریق زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} & (3a - 3b + 4) \\ & - (3a + 2b - 5) \end{aligned}$$

۱۳- قطر دایره و اندازهی کمان کوچک‌تر BC ، 60° درجه است. اندازهی هر یک از زاویه‌های مثلث ABC چند درجه است؟



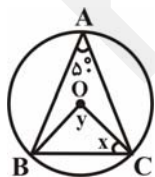
۱۴- اندازه‌های خواسته شده را بنویسید. (O مرکز دایره است.)



$$\hat{B}OC = \dots$$

$$\hat{A} = \dots$$

۱۵- در شکل زیر مقدار زاویه‌های x و y را به دست آورید. (O مرکز دایره است.)

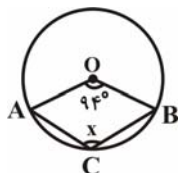




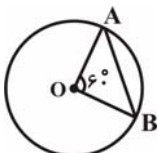
نمونه سؤال‌های امتحانی برای پیشرفت درسی در امتحانات
پایان سال (سوم راهنمایی)

درخت بزرگ بار دانش بگیرد
بزرگ آوری چرخ نیلوفری را

۱۶- در شکل زیر، مقدار زاویه x را به دست آورید. (O مرکز دایره است).



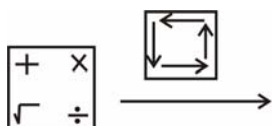
۱۷- در شکل زیر، زاویه $\angle AOB = 60^\circ$ و O مرکز دایره است. ثابت کنید مثلث AOB متساوی‌الاضلاع است.



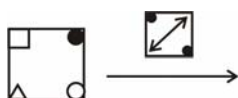
۱۸- مجموعه‌ی دوران‌های شکل زیر را بنویسید.



۱۹- شکل زیر را با توجه به نماد داده شده دوران دهید.



۲۰- شکل زیر را با نماد داده شده دوران دهید.



۲۱- در جدول زیر به جای a ، b و c چه اعدادی باید نوشت؟

دسته	خط نشان	متوسط دسته	فراوانی	فراوانی \times متوسط دسته
۱۶ تا ۲۰	/// //	a	b	c

۲۲- الف) جدول آماری زیر را کامل کنید.

دسته	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته
۴ تا ۷/۹	////

ب) نمره‌های دانش‌آموزی در پنج درس در زیر آمده است. میانگین نمره‌های او را حساب کنید.

۱۸، ۱۹، ۱۵، ۱۷، ۲۰

۲۳- با توجه به اطلاعات داده شده، جدول زیر را کامل کنید.

	دسته	فراوانی	متوسط دسته \times فراوانی
۱)	۴ تا ۷/۹	۵	...
۲)	۸ تا ۱۴	...	۱۱۰

۲۴- آیا نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$ روی خط $y = 3x + 1$ قرار دارد؟ چرا؟

۲۵- معادله‌ی خطی را بنویسید که با خط $y = -\frac{3}{2}x - 4$ موازی باشد و از مبدأ مختصات بگذرد.

۲۶- مقدار b را طوری تعیین کنید که نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} +2 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی خط $y = -3x + b$ واقع شود.

۲۷- معادله‌ی خطی را بنویسید که با خط $y = -3x + 1$ موازی بوده و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

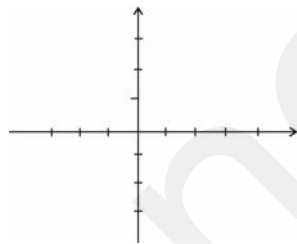
۲۸- خط $2x + 3y = -6$ را روی دستگاه مختصات رسم کنید. سپس شیب و عرض از مبدأ آن را به دست آورید.

۲۹- جرم ۴ گلوله‌ی کوچک و یک گلوله‌ی بزرگ ۱۷ گرم و جرم ۳ گلوله‌ی کوچک و یک گلوله‌ی بزرگ ۱۴ گرم است. جرم

گلوله‌ی کوچک را حساب کنید. (به کمک دستگاه معادله‌ها حل شود).

۳۰- الف) خط d به معادله‌ی $y = 2x + 1$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.

x	
y	
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	

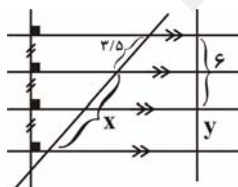


ب) معادله‌ی خطی را بنویسید که از دو نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}$ بگذرد.

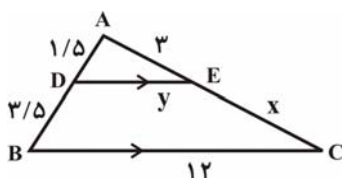
۳۱- دستگاه معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} -2x + 5y = 16 \\ 3x + 7y = 5 \end{cases}$$

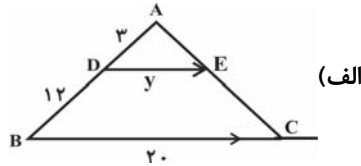
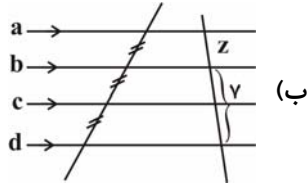
۳۲- در شکل زیر مقادیرهای مجهول را حساب کنید.



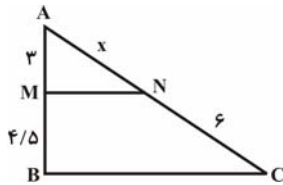
۳۳- در شکل زیر، مقادیرهای x و y را به دست آورید.



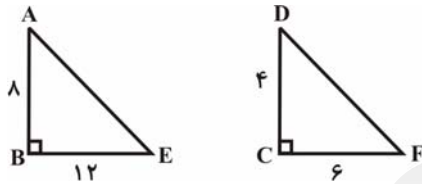
۳۴- در شکل‌های زیر مقادیر Y و Z را تعیین کنید.



۳۵- در شکل زیر $MN \parallel BC$ است. اندازه‌ی پاره‌خط AN را حساب کنید. (با فرمول)

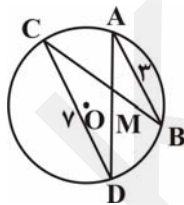


۳۶- در شکل زیر به چه دلیل دو مثلث ABE و DCF با هم متشابه‌اند؟



۳۷- حجم هرمی را حساب کنید که قاعده‌ی آن مربعی به محیط ۲۴ سانتی‌متر و ارتفاع آن نیز $\frac{3}{4}$ ضلع قاعده باشد.

۳۸- ثابت کنید دو مثلث ABM و CDM متشابه‌اند. سپس نسبت تشابه آن‌ها را به دست آورید.



۳۹- نیم‌دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی‌متر حول قطر آن دوران داده شده است. حجم و مساحت کره‌ی حاصل را حساب کنید.

۴۰- قاعده‌ی هرمی به شکل لوزی است که قطرهای آن ۶ و ۸ سانتی‌متر و ارتفاع هرم ۱۰ سانتی‌متر است. حجم آن را حساب کنید.

(فرمول حجم نوشته شود.)

پاسخ سؤال‌های ریاضی

۱- الف) ۷۷ بر ۷ و ۱۱ بخش‌پذیر است و ۱۱۱ بر عدد ۳ بخش‌پذیر است پس در این مجموعه (۹۷ و ۲) اول هستند.

ب)

$$\frac{25^y \div 5^y}{(-/25)^3 \times 2^3} = \frac{(5^2)^y \div 5^y}{(2^{-2})^3 \times 2^3} = \frac{5^y}{2^{-3}} = 5^y \times 2^3$$

-۲

$$\frac{9^{3n+1} \times 6^{4n+1} \times 7^{2n-3}}{6^{6n+2} \times 49^{\frac{n-3}{2}}} = \frac{3^{6n+2} \times 2^{6n+6} \times 7^{2n-3}}{3^{6n+2} \times 2^{6n+2} \times 7^{2n-3}} = 2^4 = 16$$

-۳

$$(-2)^4 \div \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left[(-2) \times \frac{3}{2}\right]^4 = (-3)^4$$

-۴

$$a^{56} = (a^{28})^2$$

$$\sqrt{x^2} = |x| \Rightarrow \sqrt{a^{56}} = \sqrt{(a^{28})^2} = a^{28}$$

-۵

$$14000 = 2^4 \times 5^3 \times 7$$

برای این که عددی مربع کامل باشد، باید پس از تجزیه‌ی آن به عوامل اول، توان تمام عامل‌های اول آن زوج باشد و چون

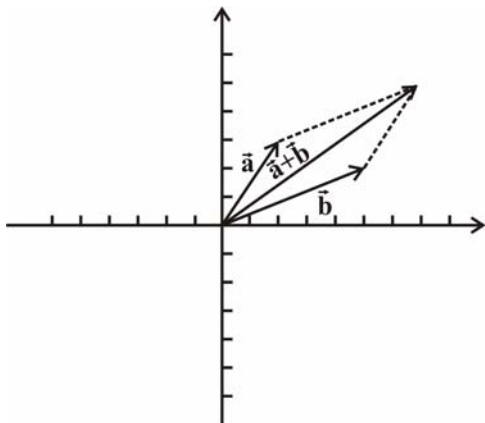
توان‌های عدد ۵ و ۷ فرد است، پس باید عدد ۱۴۰۰۰ را در ۵ و ۷ ضرب کنیم.

$$5 \times 7 = 35$$

-۶

$$-\{-[-(-۴+۳) \times ۶ \times (۴-۴)] + ۷ - ۶ + ۵ - ۶\} = -\{ - [۰ + ۷ - ۶ + ۵ - ۶] \} = ۰$$

-۷

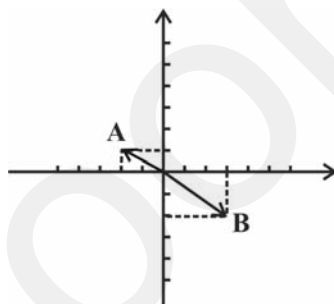


-۸

$\vec{A} + \vec{AB} = \vec{B}$ جمع متناظر با \vec{AB}

$$\begin{bmatrix} -۲ \\ ۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -۲ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ \\ -۳ \end{bmatrix}$$



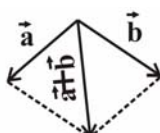
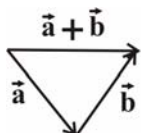
-۹

$$a = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

$$a + b - c = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۴ \\ -۶ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -۲+۴-۳ \\ ۳-۶+۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

-۱۰



-۱۱

$$\frac{4x^2y - y^2}{\sqrt{-y^3 - x}} = \frac{4(-1)^2(-2) - (-2)^2}{\sqrt{-(-2)^3 - (-1)}} = \frac{4 \times 1 \times (-2) - 4}{\sqrt{8+1}} = \frac{-8-4}{\sqrt{9}} = \frac{-12}{3} = -4$$

-۱۲

$$\begin{aligned} \frac{(3a - 3b + 4)}{-(3a + 2b - 5)} &\Rightarrow \frac{(3a - 3b + 4)}{(-3a - 2b + 5)} \\ 3a - 3a - 3b - 2b + 4 + 5 &= -5b + 9 \end{aligned}$$

-۱۳

زاویه A ، زاویه محاطی روبه‌روی کمان کوچک‌تر BC است. پس:

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \hat{A} = \frac{6^\circ}{2} = 3^\circ$$

زاویه B ، زاویه محاطی روبه‌روی قطر است. پس:

$$\widehat{AC} = 18^\circ \Rightarrow \hat{B} = 9^\circ$$

$$\hat{C} = 18^\circ - (9^\circ + 3^\circ) = 6^\circ$$

۱۴- زاویه BOC یک زاویه مرکزی است و برابر است با کمان مقابلش:

$$\widehat{CB} = \hat{BOC} = 14^\circ$$

زاویه A ، زاویه محاطی روبه‌روی کمان کوچک‌تر BC است.

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{14^\circ}{2} = 7^\circ$$

-۱۵

$$\hat{A} = 5^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 5^\circ \times 2 = 10^\circ$$

$$y = \widehat{BC} = 10^\circ$$



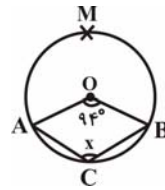
$$(OB = OC = \text{شعاع دایره} \Rightarrow \triangle OBC \text{ متساوی‌الساقین}) \Rightarrow \hat{x} = \hat{B}_1 \Rightarrow \hat{x} = \frac{18^\circ - 10^\circ}{2} = \frac{8^\circ}{2} = 4^\circ$$

-۱۶

$$\widehat{ACB} = \widehat{O} = 94^\circ$$

$$\widehat{AMB} = 360^\circ - 94^\circ = 266^\circ$$

$$\hat{x} = \frac{\widehat{AMB}}{2} = 133^\circ$$

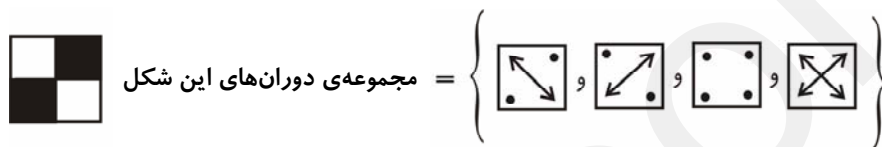


-۱۷

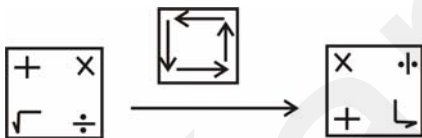
$$\left. \begin{aligned} OA = OB = \text{شعاع دایره} &\Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ \\ \hat{O} = 60^\circ &\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{O} = 60^\circ \Rightarrow$$

مثلث AOB متساوی‌الاضلاع است.

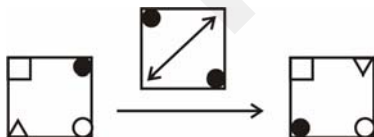
۱۸- مجموعه‌ی دوران‌های شکل عبارت‌اند از نمادهایی که شکل پس از دوران با آن نمادها تغییر نکند.



۱۹- این دوران ۹۰ درجه‌ی غیر ساعت‌وار است.



-۲۰



-۲۱

$$\text{متوسط دسته} = \frac{۱۶+۲۰}{۲} = \frac{۳۶}{۲} = ۱۸ \Rightarrow a=۱۸, b=۷$$

$$c = \text{متوسط دسته} \times \text{فراوانی} = ۱۸ \times ۷ \Rightarrow c = ۱۲۶$$

-۲۲

$$\text{فراوانی} = ۴ \quad \text{متوسط دسته} = \frac{۴+۷/۹}{۲} = \frac{۱۱/۹}{۲} \approx ۰.۶ \quad (\text{الف})$$

$$\frac{۱۸+۱۹+۱۵+۱۷+۲۰}{۵} = \frac{۸۹}{۵} = ۱۷.۸ \quad \text{میانگین} \quad (\text{ب})$$

-۲۳

$$\text{متوسط دسته (۱)} = \frac{۴+۷/۹}{۲} = \frac{۱۱/۹}{۲} \approx \frac{۱۲}{۲} \approx ۰.۶$$

$$\text{فراوانی} \times \text{متوسط دسته} = ۶ \times ۰.۵ = ۳.۰$$

$$\text{متوسط دسته (۲)} = \frac{۸+۱۴}{۲} = \frac{۲۲}{۲} = ۱۱$$

$$\text{فراوانی} = \frac{\text{متوسط دسته} \times \text{فراوانی}}{\text{متوسط دسته}} = \frac{۱۱.۰}{۱۱} = ۱.۰$$

۲۴- مختصات نقطه را در معادله قرار می‌دهیم.

$$y = ۳x + ۱$$

$$A = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۷ \end{bmatrix} \Rightarrow ۷ = ۲ \times ۳ + ۱ \Rightarrow ۷ = ۶ + ۱ \Rightarrow ۷ = ۷$$

بله قرار دارد، چون دو طرف تساوی برابرند.

۲۵- وقتی که خطی از مبدأ مختصات می‌گذرد، یعنی عرض از مبدأ آن صفر است.

$$y = ax + b \xrightarrow{a = \frac{-۳}{۲}, b = ۰} y = -\frac{۳}{۲}x$$

-۲۶

$$y = -3x + b, A = \begin{bmatrix} +2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow -1 = -3 \times 2 + b \Rightarrow -1 = -6 + b \Rightarrow b = 5$$

-۲۷

$$y = -3x + 1 \Rightarrow a = -3$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow y = -3x + \frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \right] \Rightarrow \frac{1}{2} = -3 \times 0 + b \Rightarrow b = \frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

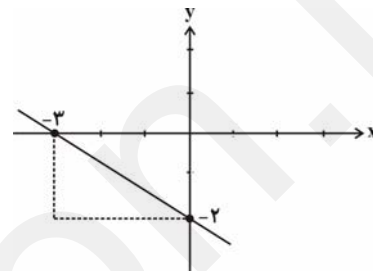
-۲۸

$$2x + 3y = -6$$

x	0	-3
y	-2	0

$$\left[\begin{array}{c} x \\ y \end{array} \right] \left| \left[\begin{array}{c} 0 \\ -2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -3 \\ 0 \end{array} \right] \right.$$

$$2x + 3y = -6 \Rightarrow 3y = -2x - 6 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x - 2$$



$$\left\{ \begin{array}{l} a = -\frac{2}{3} \text{ شیب خط} \\ b = -2 \text{ عرض از مبدأ} \end{array} \right.$$

-۲۹

K = جرم گلوله‌ی کوچک

B = جرم گلوله‌ی بزرگ

$$-1 \times \begin{cases} 4K + B = 17 \\ 3K + B = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4K + B = 17 \\ -3K - B = -14 \end{cases}$$

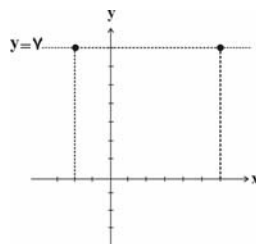
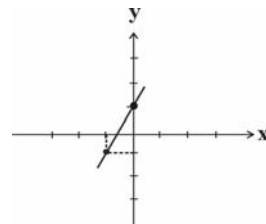
K = ۳ جرم گلوله‌ی کوچک گرم

(۳۰- الف)

$$y = 2x + 1$$

x	0	-1
y	1	-1

$$\left[\begin{array}{c} x \\ y \end{array} \right] \left| \left[\begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -1 \\ -1 \end{array} \right] \right.$$



(ب)

-۳۱

$$3 \times \begin{cases} -2x + 5y = 16 \\ 3x + 7y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6x + 15y = 48 \\ 6x + 14y = 10 \end{cases}$$

$$29y = 58 \Rightarrow y = 2$$

$$3x + 7y = 5 \Rightarrow 3x + 7 \times 2 = 5 \Rightarrow 3x + 14 = 5 \Rightarrow 3x = 5 - 14 \Rightarrow 3x = -9 \Rightarrow x = -3$$

-۳۲

$$y = \frac{6}{2} = 3 \quad x = 2 \times 3 / 5 = 7$$

-۳۳

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{1/5}{3/5} = \frac{3}{x} \Rightarrow 1/5 x = 10/5 \Rightarrow x = \frac{10/5}{1/5} = 7$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{AD}{AD+DB} = \frac{y}{12} \Rightarrow \frac{1/5}{1/5+3/5} = \frac{y}{12} \Rightarrow \frac{1/5}{5} = \frac{y}{12} \Rightarrow y = \frac{12 \times 1/5}{5} \Rightarrow y = 3/6$$

-۳۴

$$\text{الف) } \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{3}{3+12} = \frac{y}{20} \Rightarrow \frac{3}{15} = \frac{y}{20} \Rightarrow y = \frac{20 \times 3}{15} = \frac{60}{15} \Rightarrow y = 4$$

$$\text{ب) } z = \frac{7}{2} = 3/5$$

-۳۵

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{3}{4/5} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = \frac{6 \times 3}{4/5} = \frac{18}{4/5} = 4$$

-۳۶

$$\frac{AB}{BE} = \frac{DC}{CF} \Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{4}{6} \quad , \quad \begin{cases} \frac{AB}{CD} = \frac{8}{4} = 2 \\ \frac{BE}{CF} = \frac{12}{6} = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{BE}{CF} \Rightarrow ABE \sim DCF \text{ (ض ز ض)}$$

$$\hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$$

چون تساوی بین نسبت‌های اضلاع مثلث‌ها برقرار است.

-۳۷

مساحت قاعده، سانتی‌متر مربع $6 \times 6 = 36 \Rightarrow$ ضلع مربع (قاعده)، سانتی‌متر $24 \div 4 = 6$

حجم، سانتی‌متر مکعب $108 = \frac{1}{3} \times 36 \times 9 = \frac{1}{3} Sh$ و ارتفاع، سانتی‌متر $9 = \frac{3}{2} \times 6$

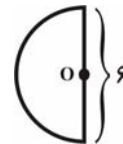
-۳۸

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{C} = \frac{\widehat{BD}}{2} \\ \hat{D} = \hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MAB \sim \triangle MCD \text{ (به حالت دو زاویه‌ی برابر)}$$

$$K = \frac{AB}{CD} = \frac{3}{7} \text{ : نسبت تشابه}$$

-۳۹

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \times 3^3 \times \pi = \frac{4}{3} \times 27 \times \pi \Rightarrow V = 36\pi \text{ cm}^3$$



$$\text{مساحت کره} = 4\pi r^2 \Rightarrow S = 4 \times 3^2 \times \pi = 36\pi \text{ cm}^2$$

-۴۰

$$\text{سانتی‌متر مکعب } 80 = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times 24 \times 10 \Rightarrow V = \frac{1}{3} Sh = \frac{48}{3} = 16 \Rightarrow S = \frac{6 \times 8}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ سانتی‌متر مربع}$$